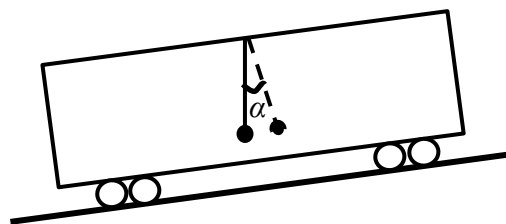


**Заключительный этап Всесибирской Открытой Олимпиады  
Школьников по физике  
9 марта 2025 г.  
11 класс**

1. Вагон стоял на железнодорожной горке. Внутри вагона был подвешен маятник длины  $L$ . Вагон покатился без трения влево, и маятник пришел в движение, отклонился влево на угол  $\alpha$ ,  $\alpha \ll 1$  и вернулся в прежнее положение. В этот момент вагон снова остановился. Определите наибольшее отклонение маятника от вертикали после повторной остановки вагона.



**Возможное решение:** Предположим, что горка наклонена относительно горизонтали на угол  $\varphi$ . Придя в движение, вагон будет двигаться с ускорением  $a = g \sin \varphi$ . Отпущенное в вагоне тело будет двигаться с таким же ускорением в направлении склона и с ускорением  $a_{\perp} = g \cos \varphi$  перпендикулярно ему. Относительно вагона он будет двигаться перпендикулярно его полу с ускорением  $a_{\perp}$ , то есть, в вагоне будет действовать эффективная сила тяжести, направленная перпендикулярно полу и создающая ускорение  $a_{\perp}$  <1 балл>. В этих условиях маятник вначале находится в наиболее отклоненном положении от местной вертикали влево на угол  $\varphi$  и на такой же угол отклонится от нее влево. Таким образом,  $\varphi = \alpha/2$  <1 балл>. До возвращения в прежнее положение маятник

совершит полный период колебаний  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g \cos(\alpha/2)}}$  <2 балла>. За это время вагон

приобретет скорость  $v = aT = 2\pi \cdot \sin(\alpha/2) \sqrt{\frac{Lg}{\cos(\alpha/2)}}$ . Такую же скорость в лабораторной

системе отсчета будет иметь груз маятника. После остановки вагона груз сохранит свою скорость в направлении перпендикулярном нити подвеса, поскольку сила упругости нити в этом направлении не действует: он будет двигаться со скоростью  $u = v \cdot \cos(\alpha/2)$  в точке своего равновесия <2 балла>. Из закона сохранения энергии:

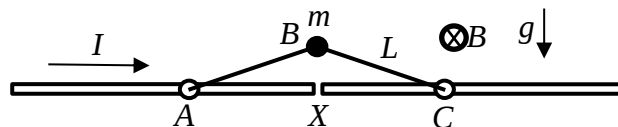
$$mgL(1 - \cos \beta) = \frac{mu^2}{2} = 2\pi^2 \sin^2(\alpha/2) \cos(\alpha/2) Lmg,$$

где  $\beta$  – угол наибольшего отклонения <2 балла>.

Ответ:  $\cos \beta = 1 - 2\pi^2 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$  или, принимая во внимание условие малости угла  $\alpha$ ,  $\sin(\alpha/2) \approx \alpha/2$ ,  $\cos(\alpha/2) \approx 1$ , так что искомый угол  $\beta \approx \pi\alpha$  <2 балла>.

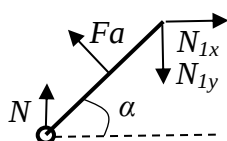
|   | Этапы решения                                                              | Соотношения                                                                                                                            | Балл |
|---|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1 | Определение эффективного ускорения свободного падения в движущемся вагоне. | $a_{\perp} = g \cos \varphi$                                                                                                           | 1    |
| 2 | Определение угла наклона горки                                             | $\varphi = \alpha/2$                                                                                                                   | 1    |
| 3 | Определение времени до повторной остановки вагона                          | $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g \cos(\alpha/2)}}$                                                                                           | 2    |
| 4 | Определение скорости груза маятника после остановки вагона                 | $v = 2\pi \cdot \sin(\alpha/2) \sqrt{\frac{Lg}{\cos(\alpha/2)}};$ $u = v \cdot \cos(\alpha/2)$                                         | 2    |
| 5 | Формулировка закона сохранения энергии для маятника                        | $mgL(1 - \cos \beta) = \frac{mu^2}{2}$                                                                                                 | 2    |
|   | Получение ответа                                                           | $\cos \beta$ $= 1 - 2\pi^2 \sin^2 \left( \frac{\alpha}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha}{2} \right)$ или $\beta \approx \pi \alpha$ | 2    |

2. Горизонтальная токопроводящая шина имеет разрыв в точке X. Проводимость шины восстанавливается при помощи двух легких проводящих стержней AB и BC, соединенных с шиной подвижными контактами в точках A и B и соединенных



между собой массивным токопроводящим шарниром в точке B. Длина обоих стержней L. Конструкция находится в перпендикулярном шине горизонтальном магнитном поле с индукцией B. После того, как в шине создали ток I, шарнир начал разгоняться и достиг максимальной скорости при угле  $\angle BAC = 30^\circ$ . Определите эту скорость. Трения нет, массой стержней и контактов пренебречь. Ускорение свободного падения g.

**Возможное решение:** Искомая скорость отвечает максимуму кинетической энергии системы, а этот максимум достигается в точке равновесия < 1 балл>.



На стержень действуют сила ампера  $F_a = IBL$  <0.5 балла>, силы реакции опоры N и  $N_1$ ,  $N_{1y} = mg/2$  <0.5 балла>.

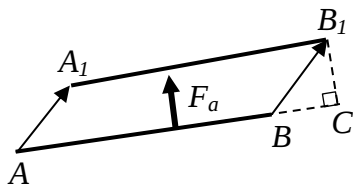
Равновесию отвечает баланс сил по горизонтали  $N_{1x} - F_a \cdot \sin \alpha = 0$

<1 балл> и баланс моментов сил относительно нижней точки

$$N_{1x} L \sin \alpha + N_{1y} L \cos \alpha - F_a \cdot L/2 = 0 \text{ <2 балла>.}$$

Из условия равновесия находим  $mg = Fa(1 - 2 \sin^2 \alpha) / \cos \alpha = Fa / \sqrt{3}$ .

Закон сохранения энергии  $\frac{mv^2}{2} = A - mgL \sin \alpha$  (1).



Для того, чтобы найти работу A сил Ампера, рассмотрим небольшое перемещение маленького отрезка стержня AB, когда он перемещается в положение  $A_1B_1$ . Сила Ампера

$$\Delta A = F_a \cdot BB_1 \cdot \cos(\angle BB_1C) = I \cdot B \cdot AB \cdot B_1C = I \cdot B \cdot \Delta S, \text{ где } S -$$

площадь фигуры под стержнем <3 балла>.

Для двух стержней  $A = IBS(\triangle ABC) = IBL^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = IBL^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$ , где  $S(\triangle ABC)$  – площадь треугольника на рисунке из условия.

Подставив значения A и m в формулу (1), получаем ответ.

Ответ:  $v = \sqrt{\frac{Lg}{2}}$  <2 балла>.

| № | Этапы решения                                                           | Соотношения                                                                                                                     | Баллы |
|---|-------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 1 | Привязка максимума скорости к точке равновесия                          |                                                                                                                                 | 1     |
| 2 | Указание сил, действующих на стержень                                   |                                                                                                                                 | 1     |
| 3 | Баланс сил по горизонтали                                               | $N_{1x} - Fa \cdot \sin \alpha = 0$                                                                                             | 1     |
| 4 | Баланс моментов сил                                                     | $N_{1x}L \sin \alpha + N_{1y}L \cos \alpha - Fa \cdot L / 2 = 0$                                                                | 2     |
| 5 | Определение работы силы Ампера и формулировка закона сохранения энергии | $\frac{mv^2}{2} = A - mgL \sin \alpha ,$ $A = IBS(\Delta ABC) = IBL^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = IBL^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$ | 3     |
|   | Получение ответа                                                        | $v = \sqrt{\frac{Lg}{2}}$                                                                                                       | 2     |

3. Цилиндрический сосуд перекрыт двумя прилегающими друг к другу поршнями, имеющими одинаковую массу и находящимися в равновесии. Объем под поршнями заполнен гелием с давлением  $P$ , снаружи – воздух с атмосферным давлением  $P_a$ . Верхний поршень герметичен, а через нижний гелий медленно просачивается в пространство между поршнями. Во сколько раз увеличится объем под верхним поршнем, когда нижний поршень опустится до дна? Теплоемкостью цилиндра и поршней, а также, теплопередачей во внешнее пространство пренебречь.

**Возможное решение:** Начальное равновесие поршней массы  $m$  и сечения  $S$ :

$$2mg = (P - P_a)S \text{ <2 балла>.}$$

При медленном просачивании гелия верхний поршень будет находиться в равновесии. Условие его равновесия при давлении гелия  $P_1$ :  $mg = (P_1 - P_a)S$ , откуда следует, что давление  $P_1$  не меняется <2 балла>.

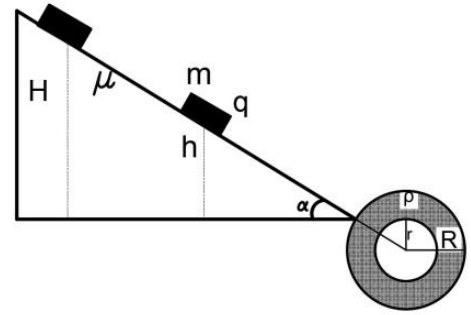
Закон сохранения энергии при начальном объеме под поршнями  $V$  и конечном объеме под поршнем  $V_1$ :  $\frac{3}{2}(P_1V_1 - PV) = mg \frac{V}{S} - P_1(V_1 - V)$ . Здесь первый член – изменение внутренней энергии гелия, второй – работа силы тяжести над опускающимся поршнем, третий – работа газа при подъеме второго поршня <4 балла>.

Ответ:  $\frac{V_1}{V} = \frac{2P}{P + P_a}$  <2 балла>.

#### Разбалловка по этапам

| № | Этапы решения                                                                                 | Соотношения                                                | Баллы |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-------|
| 1 | Начальное равновесие поршней                                                                  | $2mg = (P - P_a)S$                                         | 2     |
| 2 | Условие равновесия верхнего поршня                                                            | $mg = (P_1 - P_a)S$                                        | 2     |
| 3 | Закон сохранения энергии, выраженный через значения объема, давления, массы и сечения поршней | $\frac{3}{2}(P_1V_1 - PV) = mg \frac{V}{S} - P_1(V_1 - V)$ | 4     |
|   | Получение ответа                                                                              | $\frac{V_1}{V} = \frac{2P}{P + P_a}$                       | 2     |

4. Брусок массы  $m$  и заряда  $q$  скатывается с шершавого непроводящего клина с коэффициентом трения  $\mu$  с начальной скоростью  $v_0$ . Конец клина касается непроводящей, равномерно заряженной толстостенной сферы внешнего радиуса  $R$  и внутреннего  $r$  таким образом, что центр сферы лежит на продолжении линии движения бруска. Плотность заряда сферы такова, что полнотелый шар радиуса  $R$ , заряженный с той же плотностью имел бы заряд  $Q$ .



Известно, что брусок остановился и остался в покое на высоте  $h$  над основанием клина. Найти  $H$  - высоту с которой брусок начинал свое движение.

**Возможное решение:** Сферу эффективно можно заменить на точечный заряд  $Q_1$ , помещенный в ее центр. Найдем заряд сферы:

$$Q_1 = \frac{\frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = Q\left(1 - \frac{r^3}{R^3}\right)$$

Так как размеры тела много меньше размеров сферы, то тело можно считать точечным зарядом.

I случай: тело останавливается перед сферой.

Запишем закон сохранения энергии между моментом начала движения и моментом первой остановки:

$$E_k + E_g + q\varphi(H) = E_g + A_{fr} + q\varphi(h)$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgH + \frac{qQ_1 \sin\alpha}{H + R\sin\alpha} = mgh + \mu mg \cos\alpha (H - h) + \frac{qQ_1 \sin\alpha}{h + R\sin\alpha}$$

Преобразование данного уравнения дает:

$$mg(1 - \mu \cos\alpha)H^2 - CH + qQ_1 \sin\alpha = 0$$

$$C = mg(h + R\sin\alpha) + \frac{qQ_1 \sin\alpha}{h + R\sin\alpha} - \frac{mv_0^2}{2} - \mu mg \cos\alpha (h + R\sin\alpha)$$

$$H = h + R\sin\alpha$$

Тогда:

$$H = \frac{C + \sqrt{C^2 - 4mgqQ_1 \sin\alpha (1 - \mu \cos\alpha)}}{2mg(1 - \mu \cos\alpha)}$$

II случай: тело испытывает упругий удар со сферой и останавливается при движении вверх.

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgH + \frac{qQ_1 \sin\alpha}{H + R\sin\alpha} = mgh + \mu mg \cos\alpha (H + h) + \frac{qQ_1 \sin\alpha}{h + R\sin\alpha}$$

$$mg(1 - \mu \cos\alpha)H^2 - CH + qQ_1 \sin\alpha = 0$$

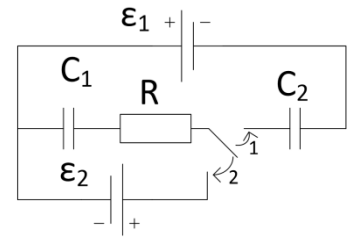
$$C = mg(h + R\sin\alpha) + \frac{qQ_1 \sin\alpha}{h + R\sin\alpha} - \frac{mv_0^2}{2} + \mu mg \cos\alpha (h - R\sin\alpha)$$

$$H' = H + R \sin \alpha$$

$$H = \frac{C + \sqrt{C^2 - 4mgqQ_1 \sin \alpha (1 - \mu \tan \alpha)}}{2mg(1 - \mu \tan \alpha)}$$

| № | Этапы решения                                             | Баллы |
|---|-----------------------------------------------------------|-------|
| 1 | Верные рассуждения по электростатике и запись потенциалов | 2     |
| 2 | Запись закона сохранения энергии                          | 1     |
| 3 | Преобразование уравнения                                  | 2     |
| 4 | Ответ                                                     | 2     |
| 5 | Наличие второго случая                                    | 1     |
| 6 | Запись закона сохранения энергии                          | 1     |
| 7 | Ответ                                                     | 1     |

5. Цепь, изображенная на рисунке, изначально разомкнута. Сначала ключ замыкают в первое положение и ждут полной зарядки конденсаторов. Затем, через достаточно долгий промежуток времени, ключ переключают во второе положение и также ждут установления равновесия. Найдите всю теплоту, выделившуюся на резисторе за все время эксперимента. Все величины, указанные на рисунке считать известными.



**Возможное решение:** Т.к.  $C_1$  и  $C_2$  соединены последовательно, после замыкания ключа в положение 1, на них окажутся одинаковые заряды.

$$q_1 = C \varepsilon_1 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \varepsilon_1$$

Тогда, напряжение на конденсаторе

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \varepsilon_1$$

Работа источника идет на зарядку конденсаторов и выделения тепла, а значит

$$Q_1 = A_{\text{ист1}} - E_c = q_1 \varepsilon_1 - \frac{C \varepsilon_1^2}{2} = \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)} \varepsilon_1^2$$

После замыкания ключа в положение 2 итоговый заряд на емкости будет равен

$$q_2 = C_1 \varepsilon_2$$

В конденсаторе уже была накоплена энергия, а значит разность энергий равна

$$\Delta E_c = \frac{C_1 \varepsilon_2^2}{2} - \frac{C_1 U_1^2}{2}$$

Аналогично, запишем тепло, учитывая, что источник переместит суммарный заряд

$$Q_2 = A_{\text{ист2}} - \Delta E_c = (q_1 + q_2) \varepsilon_2 - \frac{C_1 \varepsilon_2^2}{2} + \frac{C_1 U_1^2}{2}$$

Итого, подставив все значения

$$\sum Q = \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)} \varepsilon_1^2 + \frac{C_1 \varepsilon_2^2}{2} + \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)} \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \frac{C_1 C_2^2}{2(C_1 + C_2)^2} \varepsilon_1^2$$

| № | Этапы решения                                               | Соотношения                                                                                            | Баллы |
|---|-------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 1 | Равенство зарядов на емкостях                               |                                                                                                        | 1     |
| 2 | Нахождение заряда на конденсаторе                           | $q_1 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \varepsilon_1$                                                        | 1     |
| 3 | Нахождение напряжения на конденсаторе                       | $U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \varepsilon_1$                                                            | 1     |
|   | Запись выражения для выделившегося тепла в первом процессе  | $Q_1 = q_1 \varepsilon_1 - \frac{C \varepsilon_1^2}{2} = \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)} \varepsilon_1^2$ | 2     |
|   | Источник совершает работу по перемещению суммарного заряда  | $(q_1 + q_1) \varepsilon_2$                                                                            | 1     |
|   | Нахождение заряда во втором процессе                        | $q_2 = C_1 \varepsilon_2$                                                                              | 1     |
|   | Запись выражения для выделившегося тепла во втором процессе | $Q_2 = A_{\text{ист2}} - \Delta E_c$                                                                   | 1     |
|   | Итоговое выражение для выделившегося тепла                  |                                                                                                        | 2     |